

Программа по математике для школьников, поступающих в 10 класс предуниверситария НИЯУ МИФИ

Алгебра

1. Натуральные числа

Десятичная система счисления.

Арифметические действия над натуральными числами.

Степень с натуральным показателем.

Делимость натуральных чисел. Простые и составные числа, разложение натурального числа на простые множители.

Свойства делимости.

Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Деление с остатком. Теорема о делении с остатком. Нахождение остатков от деления во множестве натуральных чисел.

2. Обыкновенные и десятичные дроби

Обыкновенная дробь, основное свойство дроби. Сравнение обыкновенных дробей.

Арифметические действия с обыкновенными дробями.

Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичная дробь, сравнение десятичных дробей.

Арифметические действия с десятичными дробями.

Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Рациональные числа.

Целые числа.

Модуль (абсолютная величина) числа. Геометрический смысл модуля.

Сравнение дробей, записанных в разной форме.

Арифметические действия с рациональными числами, записанными в различных видах (десятичных и обыкновенных дробях).

Степень с натуральным и целым показателем.

Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Законы арифметических действий.

3. Действительные числа

Понятие об иррациональном числе.

Квадратный корень из числа. Определение квадратного корня.

Свойства квадратных корней.

Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих квадратные корни.

Сравнение действительных чисел.

Корень n -ой степени. Свойства корней n -ой степени. Преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих корни n -ой степени.

Степень с рациональным показателем. Действия со степенями.

4. Проценты.

Понятие процента. Нахождение процента от величины и величины по её проценту. Отношение, выражение отношения в процентах.

Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Округление чисел. Приближение и оценка результатов вычислений.

5. Алгебраические выражения

Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения.

Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения.
Равенство буквенных выражений, тождество. Преобразования выражений.
Многочлены. Сложение, вычитание, умножение многочленов.
Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности; формула разности квадратов; формула разности кубов и суммы кубов.

Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки.

Квадратный трехчлен. Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Степень и корень многочлена с одной переменной.

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей.

Действия с алгебраическими дробями: умножение, деление, сложение (приведение к общему знаменателю).

Рациональные выражения и их преобразования.

6. Уравнения и неравенства

Уравнение с одной переменной, корень уравнения. Понятие о равносильном переходе в уравнениях и неравенствах.

Линейное уравнение.

Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Примеры решения уравнений высших степеней. Решение уравнений методом замены переменной. Решение уравнений методом разложения на множители.

Уравнения, содержащие выражения под знаком модуля.

Уравнения, содержащие переменную под знаком квадратного корня.

Уравнения с параметром.

Уравнение с двумя переменными; график уравнения с двумя переменными.

Система уравнений с двумя переменными; решение методом подстановки, сложения, замены переменных.

Графический метод решения уравнения и систем уравнений.

Неравенства.

Числовые неравенства и их свойства.

Неравенство с одной переменной. Решение неравенства.

Линейные неравенства с одной переменной.

Квадратичные неравенства с одной переменной.

Решение неравенств методом интервалов.

Неравенства, содержащие выражения под знаком модуля.

Системы и совокупности неравенств.

7. Текстовые задачи

Решение текстовых задач арифметическим способом.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

8. Функции

Понятие функции. График функции, примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы.

Линейная функция, её график, геометрический смысл коэффициентов, условие параллельности, перпендикулярности, пересечения и совпадения двух прямых.

Обратная пропорциональность. График функции $y = \frac{k}{x}$.

Квадратичная функция, её свойства и график. Координаты вершины параболы, ось симметрии. Исследование квадратичной функции. Построение графика функции $y = ax^2 + bx + c$

Графики функции $y = \sqrt{x}$; $y = \sqrt[3]{x}$

Графики функций, содержащие переменную под знаком модуля

Использование графиков функций для решения уравнений и систем

9. Декартовы координаты на плоскости; координаты точки

Координаты середины отрезка.

Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых.

Уравнение окружности.

Геометрия

Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин.

Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и её свойство.

Прямая. Параллельность и перпендикулярность прямых. Углы, образованные при пересечении двух прямых секущей. Признаки и свойства параллельных прямых.

Отрезок. Серединный перпендикуляр. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку.

Понятие о геометрическом месте точек.

Треугольники.

Признаки равенства треугольников.

Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника; точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан, высот или их продолжений.

Свойства медиан треугольника

Свойство биссектрисы треугольника.

Равнобедренный и равносторонний треугольники. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора.

Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180° .

Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество.

Теорема косинусов.

Теорема синусов.

Неравенство треугольника.

Сумма углов треугольника. Внешний угол треугольника.

Теорема Фалеса.

Средняя линия треугольника. Свойство средней линии трапеции.

Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Использование подобия для нахождения элементов подобных треугольников.

Обобщённая теорема Фалеса.

Многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника

Параллелограмм, его свойства и признаки.

Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки.

Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Измерение геометрических величин.

Длина отрезка, длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой.

Площадь и её свойства. Площадь прямоугольника (формула).

Площадь параллелограмма (формулы).

Площадь трапеции (формулы).

Площадь треугольника (формулы).

Окружность и круг.

Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла, свойства вписанных углов.

Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

Касательная и секущая к окружности; свойства касательных к окружности.

Окружность, вписанная в треугольник. Положение центра и формула для вычисления радиуса.

Окружность, описанная около треугольника. Положение центра и формула для вычисления радиуса.

Вписанные и описанные четырёхугольники. Критерии вписанного и описанного четырёхугольника.

Векторы на плоскости.

Вектор, длина (модуль) вектора.

Равенство векторов.

Операции над векторами (сумма векторов, умножение вектора на число).

Угол между векторами.

Коллинеарные векторы, разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Координаты вектора.

Скалярное произведение векторов.