Приложение 3

Заключительный тур Олимпиады
Дата: 26.05.2020
Время начала: 11,10
Время окончания: 13,13
ФИО участника: [illegible] Александр Александрович

№1

$|\vec{v}(t=2c)| - ?$ | $\bar{r}(t) = 2t^3\bar{e}_x + 3t^2\bar{e}_y + 4t\bar{e}_z$

Очевидно, что скорость в момент времени t равна производной по времени от радиус вектора;

$\vec{v}(t) = \bar{r}'(t) = 6t^2\bar{e}_x + 6t\bar{e}_y + 4\bar{e}_z = (6t^2, 6t, 4)$; где (v_x, v_y, v_z) – составляющие $\bar{v}$

Используя $|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$, найдем $|\bar{v}(t)|$:

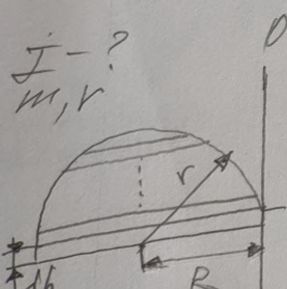
$$|\bar{v}(t)| = \sqrt{36t^4+36t^2+16}$$

$$[|\bar{v}(t)|] = \sqrt{\frac{м^2}{c^6}c^4 + \frac{м^2}{c^4}c^2 + \frac{м^2}{c}} = \sqrt{\frac{м^2}{c^2}} = \frac{м}{c}$$

$$|\bar{v}(2)| = \sqrt{36\cdot 2^4 + 36\cdot 2^2 + 2^4} = 2^2\sqrt{36+9+1} = 2^2\sqrt{46}\ \frac{м}{c}$$

№2

$I - ?$
m, r



По определению момент инерции определяется по формуле:

$I = \int R^2 dm$, где R – кратчайшее расстояние от оси до центра масс эл-та dm.

Для простоты перепишем формулу следующим образом:

$I = \rho\int R^2 dV$, где dV – эл-нт объема диска радиусом R и толщиной dh, $\Rightarrow dV = \pi R^2 dh$, в свою очередь $R = f(h)$, $R^2 = r^2 - h^2$. Теперь можно записать интеграл:

$$I = \rho\int_0^r (r^2-h^2)^2\pi\, dh = \rho\pi\int_0^r [r^4 - 2r^2h^2 + h^4]\,dh = \rho\pi\left[r^4h - \frac{2}{3}r^2h^3 + \frac{h^5}{5}\right]\Big|_{h=r} =$$

Приложение 3

Заключительный тур Олимпиады
Дата: 26.05.2020
Время начала: 11,10
Время окончания: 13,18
ФИО участника: Рогнов Александр Александрович

Продолжение №2

$$= \rho\pi\left[r^5 - \frac{2}{3}r^5 + \frac{r^5}{5}\right] = r^5\rho\pi\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right] = \rho\pi\frac{8r^5}{15} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}\pi\frac{8r^5}{15} = \frac{4}{5}mr^2$$

$[J] = кг \cdot м^2$

№4

$\nu, \alpha, V_0, 2V_0$

$A - ?$

По определению, работой является следующая величина $A = \int_{V_0}^{2V_0} p\,dV$

По условию $V(T) = \alpha T^{\frac{1}{3}}$, откуда можно найти dV;

$dV(T) = \frac{\alpha T^{-\frac{2}{3}}}{3}$; p выразим из ур-я Клапейрона-Менделеева: $p = \frac{\nu R T}{V}$;

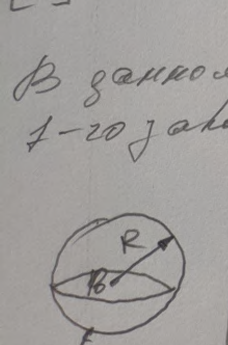
пересчитаем пределы инт-я: $V_0 = \alpha T_0^{\frac{1}{3}} \Rightarrow T_0 = \left(\frac{V_0}{\alpha}\right)^3$; $T_1 = \left(\frac{2V_0}{\alpha}\right)^3$

$$A = \int_{T_0}^{T_1} \frac{\nu R T^{\frac{2}{3}}}{\cancel{\alpha}} \frac{\cancel{\alpha} T^{-\frac{2}{3}}}{3} dT = \frac{\nu R}{3}\int_{T_0}^{T_1} dT = \frac{\nu R T}{3}\Big|_{T_0}^{T_1} = \frac{\nu R}{3}\left[\left(\frac{2V_0}{\alpha}\right)^3 - \left(\frac{V_0}{\alpha}\right)^3\right] = \frac{7\nu R V_0^3}{3\alpha^3}$$

$$[A] = \frac{\cancel{моль} \cdot \frac{Дж}{\cancel{моль \cdot К}} \cdot \cancel{(м^3)^3}}{\frac{\cancel{(м^3)^3}}{\cancel{К}}} = Дж$$

В данном случае считаем, что $A > 0$ при условии записи 1-го закона термодинамики: $dU = \delta Q - pdV$

№5



$E - ?$
$\varphi - ?$

Известно, что $\rho(r) = -\alpha r$ – плотность заряда в шаре на расстоянии r от центра. Найдем заряд шара Q:

$$Q = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr = -\alpha\int_0^R 4\pi r^3 dr = -4\pi\alpha\int_0^R r^3 dr = -\alpha\pi r^4\Big|_{r=R} = -\alpha\pi R^4$$

Найдем потенциал в центре шара, $\varphi_0 = k\frac{Q}{R}$; тогда

$$\varphi(r) = \varphi_0\frac{R}{r} = \varphi_0\frac{R}{3R} = \frac{\varphi_0}{3} = \frac{kQ}{3R} = -k\frac{R\alpha\pi R^3}{3} = -$$

Заключительный тур Олимпиады
Дата: 26.05.2020
Время начала: 11.10
Время окончания: 13.18
ФИО участника: [illegible] Александр Александрович

Продолжение задачи №5

$$[\varphi] = \frac{Н\cdot м^2}{Кл^2} \cdot \frac{Кл\cdot м}{м^3} = \frac{Н\cdot м}{Кл} = В$$

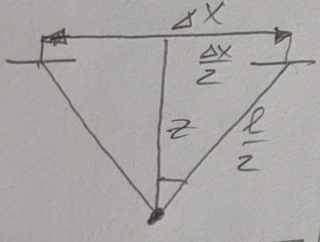
Напряженность найдем из условия:

$E = \frac{\varphi}{l}$, где l – расстояние до потенциала φ

$$E = -\frac{k\alpha\pi R^3}{3(3R)} = -\frac{k\alpha\pi R^2}{9},$$

$$[E] = \frac{В}{м} \text{ или } \frac{Н}{Кл}$$

Задача №3



$\omega - ?$

Для малых колебаний (α мало):

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

тогда частота: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$, а циклическая частота: $\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$[\omega] = \sqrt{\frac{м}{с^2 м}} = с^{-1}$

в данном случае $L = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - \Delta x}$

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{l^2 - \Delta x}}}$$