№1

$\vec{r}(t) = 2t^3\vec{e_x} + 3t^2\vec{e_y} + 4t\vec{e_z}$

$\vec{V}(t) = 6t^2\vec{e_x} + 6t\vec{e_y} + 4\vec{e_z}$

Вектор скорости получен дифференцированием $\vec{r}$

$|\vec{V}(t)| = \sqrt{(6t^2)^2 + (6t)^2 + (4)^2}$

$|\vec{V}(2)| = \sqrt{(6\cdot 4)^2 + (6\cdot 2)^2 + 4^2} = \approx 27.11$ м/с

Формула зависимости модуля скорости от времени.

Ответ: $|\vec{V}(2)| = 27.11$ м/с

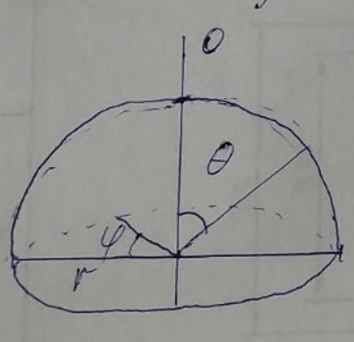
№2

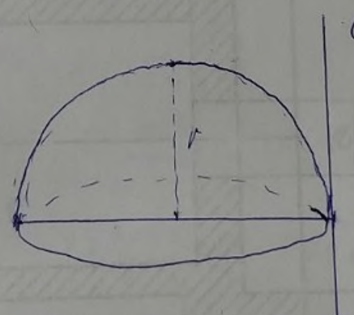
$I_0 = \int \rho r^2 dV = \int \rho r^2 \cdot r^2 dr\, d\cos\theta\, d\varphi = \frac{2\pi}{5}\rho R^5$

$r \in (0, R)$
$\varphi \in (0, 2\pi)$
$\cos\theta\ (0, 1)$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{2}{3}\pi R^3}$ ← объем полушара

$I_0 = \frac{2\pi}{5} R^5 \frac{m}{\frac{2\pi R^3}{3}} = \frac{3}{5} m R^2$ - момент инерции полушара относительно оси O





$I_{0'} = I_0 + mR^2 = \frac{3}{5} mR^2 + mR^2 = \frac{8}{5} mR^2$

Ответ: момент инерции полушара относительно оси O'

$I_{0'} = \frac{8}{5} m R^2$

(1)

№4

$dA = p(V)\,dV$

$V(T) = \alpha T^{1/3}$

$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu R}{\alpha} T^{2/3}$

$T^{1/3} = \frac{V}{\alpha} \Rightarrow T^{2/3} = \left(\frac{V}{\alpha}\right)^2$

$p = \frac{\nu R}{\alpha} \left(\frac{V}{\alpha}\right)^2$

$$A = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{\nu R}{\alpha} \left(\frac{V}{\alpha}\right)^2 dV = \frac{\nu R}{3} \frac{V^3}{\alpha^3}\Bigg|_{V_0}^{2V_0} = \frac{7}{3} \nu R \left(\frac{V_0}{\alpha}\right)^3$$

Ответ: Работа газа при расширении $A = \frac{7}{3} \nu R \left(\frac{V_0}{\alpha}\right)^3$

№5

$\rho(r) = -\alpha r$

Воспользуемся Теоремой Гаусса

$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = 4\pi q$, q - заряд заключенный внутри поверхности S

Вне ~~ш~~ шара $q = const$

$q = \int_0^R \rho\,dV = -\alpha \cdot 4\pi \int_0^R r\, r^2 dr = -\alpha \pi R_0^4$

$E(r) = \frac{-\alpha \pi R_0^4}{S(r)} \Rightarrow E(2R) = -\frac{\alpha \pi R_0^4}{4\pi\, 4R_0^2} = -\frac{\alpha}{16} R_0^2$

~~[illegible]~~ Пусть в бесконечно удаленной точке потенциал равен нулю, т.е. $\varphi(\infty) = 0$

$\vec{E} = -\nabla\varphi \quad \varphi(r=\infty) = 0 \qquad \vec{E}(r > R) = -\frac{\alpha R_0^4}{4} \cdot \frac{1}{r^2}$

$\Rightarrow \varphi(r) = -\frac{\alpha R_0^4}{4} \cdot \frac{1}{r}$

$\varphi(2R) = -\frac{\alpha R_0^3}{8}$

Ответ: $\vec{E}(2R) = -\frac{\alpha R_0^2}{16}$, $\varphi(2R) = -\frac{\alpha R_0^3}{8}$

2