Заключительный тур Олимпиады
Дата: 26.05.20
Время начала: 11:11
Время окончания: 12:57
ФИО участника: Тутунина А.А.

1) $\vec{r}(t) = 2t^3\vec{e_x} + 3t^2\vec{e_y} + 4t\vec{e_z}$

$t = 2c$

$|\vec{v}| = ?$

$v(t) = r'(t)$ $\quad \vec{v}(t) = 6t^2\vec{e_x} + 6t\vec{e_y} + 4\vec{e_z}$

$v(t) = 6t^2 + 6t + 4$

$v(2) = 6\cdot 4 + 6\cdot 2 + 4 = 40\ \frac{м}{с}$

Ответ: $40\ \frac{м}{с}$

4) ν

$V(T) = \alpha T^{\frac{1}{3}}$

α

V_0

$2V_0$

$A = ?$

Объём – функция, температура – аргумент; обе величины изменяются $\Rightarrow p = const$

$dA = p\,dV \Rightarrow A = p\int_{V_0}^{2V_0} dV = pV\Big|_{V_0}^{2V_0} = pV_0$

$A = pV_0 = \frac{\nu R T_0 \cancel{V_0}}{\cancel{V_0}} = \nu R T_0 = \frac{\nu R V_0^3}{\alpha^3}$

По закону Менделеева-Клапейрона: $pV_0 = \nu R T_0 \Rightarrow p = \frac{\nu R T_0}{V_0}$

$V_0 = \alpha T_0^{\frac{1}{3}} \Rightarrow T_0^{\frac{1}{3}} = \frac{V_0}{\alpha} \Rightarrow T_0 = \frac{V_0^3}{\alpha^3}$

Ответ: $A = \frac{\nu R V_0^3}{\alpha^3}$. [Дж]

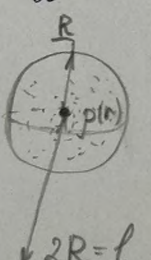
5) R

$\rho(r) = -\alpha r$

α

$E - ?$

$\varphi - ?$



Рассм. шар: можем найти заряд шара, зная его плотность и радиус:

$dQ = \rho\,dr \Rightarrow Q = \int \rho(r)\,dr = -\alpha\int_R^0 r\,dr = -\alpha\frac{r^2}{2}\Big|_R^0 = \frac{\alpha R^2}{2}$

(интегрируем от края шара до центра)

Опред-е напряж.: $E = \frac{F}{q_{пр}} = \frac{Q\cdot \cancel{q_{пр}}\cdot k}{\cancel{q_{пр}}\cdot(2R)^2} = \frac{Qk}{(2R)^2} = \frac{\alpha \cancel{R^2} k}{2\cdot 4\cancel{R^2}} = \frac{\alpha k}{8}$

$F = \frac{Q\cdot q_{пр}\cdot k}{(2R)^2}$ – закон Кулона для точечных зарядов; считаем шар точ. зарядом, т.к. рассматриваем на расстоянии больше самого шара $(2R = l)$

Определение потенциала: $\varphi = \int_l^\infty E\,dl = kQ\int_l^\infty \frac{dl}{l^2} = kQ\left(-\frac{1}{l}\right)\Big|_l^\infty = \frac{kQ}{l}$,

где l – это рассматриваемое нами расстояние (от l до ∞)

$\varphi = \frac{kQ}{2R} = \frac{k\alpha R^{\cancel{2}}}{2\cdot 2\cancel{R}} = \frac{k\alpha R}{4}$

Ответ: $E = \frac{\alpha k}{8}\left[\frac{В}{м}\right]$; $\varphi = \frac{k\alpha R}{4}$. [В]

Заключительный тур Олимпиады

Дата: 26.05.20.

Время начала: 11:11

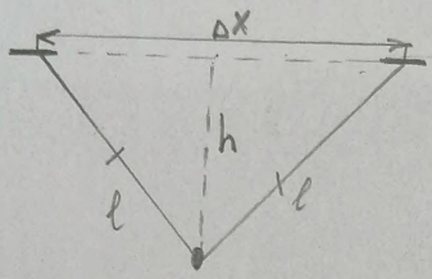
Время окончания: 12:57

ФИО участника: Тутунина А.А.

3) Δx

l

$\omega - ?$



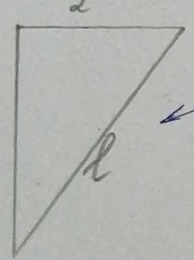
$\omega = 2\pi\nu$

$\nu = \frac{1}{T}$

Считаем, что у нас маятник у нити длиной h

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; в нашем случае $l = h$

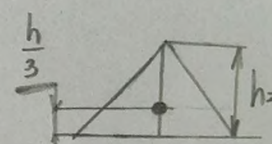
Период для математического маятника; бусинка совершает колебания относительно начального положения



$h = \sqrt{l^2 - \frac{\Delta x^2}{4}}$

$\nu = \frac{1 \cdot \sqrt{g}}{2\pi\sqrt{h}} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi \cdot \sqrt{g}}{2\pi\sqrt{h}} = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{h}} = \frac{\sqrt{g}}{\left(l^2 - \frac{\Delta x^2}{4}\right)^{\frac{1}{4}}}$

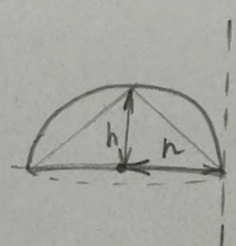
Ответ: $\omega = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt[4]{l^2 - \frac{\Delta x^2}{4}}}$ $\left[\frac{рад}{с}\right]$



2) m

r

$J - ?$



$J_{шара}$ относительно центра $= mr^2$, но у нас полушар и момент инерции $J_ш = m\left(\frac{h}{3}\right)^2 = m\left(\frac{r}{3}\right)^2 = \frac{mr^2}{9}$

Но мы считаем относительно края:

$J = J_ш + md^2$; где d – расстояние от оси до центра $(d = r)$

$J = \frac{mr^2}{9} + mr^2 = \frac{10mr^2}{9}$

Ответ: $\frac{10mr^2}{9}$ $[кг \cdot м^2]$