

# Программа по математике для школьников, поступающих в 10 класс предуниверситария НИЯУ МИФИ, 2023 год

## Числа

### Натуральные числа и нуль

#### **Натуральный ряд чисел и его свойства**

Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.

#### **Запись и чтение натуральных чисел**

Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.

#### **Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0**

Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулём, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.

#### **Действия с натуральными числами**

Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания. Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия. Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.

#### **Степень с натуральным показателем**

Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.

#### **Числовые выражения**

Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.

#### **Деление с остатком**

Деление с остатком на множестве натуральных чисел, свойства деления с остатком. Практические задачи на деление с остатком.

#### **Свойства и признаки делимости**

Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости. Решение практических задач с применением признаков делимости.

#### **Разложение числа на простые множители**

Простые и составные числа, решето Эратосфена. Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители. Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики.

#### **Делители и кратные**

Делитель и его свойства, общий делитель двух более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.

### Рациональные числа

#### **Обыкновенные дроби**

Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число). Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей. Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление

обыкновенных дробей. Арифметические действия со смешанными дробями. Арифметические действия с дробными числами. Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.

### **Десятичные дроби**

Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби.

### **Округление чисел**

Необходимость округления. Правило округления чисел.

### **Отношение двух чисел**

Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.

### **Проценты**

Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение практических задач с процентами.

### **Положительные и отрицательные числа**

Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.

### **Понятие о рациональном числе.**

Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Представление рационального числа десятичной дробью.

### **Иррациональные числа**

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа  $\sqrt{2}$ . Применение в геометрии. Сравнение иррациональных чисел.

### **Множество действительных чисел.**

### **Тождественные преобразования**

### **Числовые и буквенные выражения**

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

### **Целые выражения**

Степень с натуральным и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем. Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, применение формул сокращённого умножения. Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.

### **Дробно-рациональные выражения**

Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень. Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

### **Квадратные корни**

Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, внесение множителя под знак корня.

## **Уравнения и неравенства**

### **Равенства**

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

### **Уравнения**

Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).

#### **Линейное уравнение и его корни**

Решение линейных уравнений. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.

#### **Квадратное уравнение и его корни**

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.

#### **Дробно-рациональные уравнения**

Решение простейших дробно-линейных уравнений. Решение дробно-рациональных уравнений.

Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.

Простейшие иррациональные уравнения вида  $\sqrt{f(x)} = a$ ,  $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ .

#### **Системы уравнений**

Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными. Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений. Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: графический метод, метод сложения, метод подстановки. Системы линейных уравнений с параметром.

#### **Неравенства**

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных. Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Область определения неравенства (область допустимых значений переменной). Решение линейных неравенств. Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства. Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.

#### **Системы неравенств**

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

## **Функции**

### **Понятие функции**

Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику. Представление об асимптотах. Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.

### Линейная функция

Свойства и график линейной функции. Угловый коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.

### Квадратичная функция

Свойства и график квадратичной функции (парабола). Построение графика квадратичной функции. Нахождение нулей квадратичной функции, множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.

### Обратная пропорциональность

Свойства функции  $y = \frac{k}{x}$ . Гипербола.

### Графики функций.

Преобразование графика функции  $y = f(x)$  для построения графиков функций вида  $y = af(kx + b) + c$ . Графики функций  $y = a + \frac{k}{x+b}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = |x|$

## **Последовательности и прогрессии**

Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Формула общего члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

### **Решение текстовых задач**

#### Задачи на все арифметические действия

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

#### Задачи на движение, работу и покупки

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

#### Задачи на части, доли, проценты, концентрацию.

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

## **Геометрические фигуры**

### Фигуры в геометрии и в окружающем мире

Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, круг. Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

### Многоугольники

Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. Выпуклые и невыпуклые многоугольники.

### Правильные многоугольники.

#### Треугольники.

Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.

#### Четырёхугольники.

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.

### **Окружность, круг**

Их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырёхугольников, правильных многоугольников

### **Равенство фигур**

Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.

### **Параллельность прямых**

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Теорема Фалеса.

### **Перпендикулярные прямые**

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности.

### **Подобие**

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия.

**Взаимное расположение** прямой и окружности, двух окружностей.

### **Измерения и вычисления**

#### **Величины**

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла. Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади. Представление об объёме и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

#### **Измерения и вычисления**

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике Тригонометрические функции тупого угла. Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формулы длины окружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. Теорема синусов. Теорема косинусов.

#### **Расстояния**

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя параллельными прямыми.

#### **Геометрические построения**

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур. Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному, Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам. Деление отрезка в данном отношении.

#### **Геометрические преобразования**

Понятие преобразования.

#### **Движения**

Осевая и центральная симметрия, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

#### **Векторы и координаты на плоскости**

##### **Векторы**

Понятие вектора, действия над векторами, скалярное произведение.

##### **Координаты**

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур. Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.