

Программа по математике для школьников, поступающих в 10 класс предуниверситария НИЯУ МИФИ, 2023 год

Числа

Натуральные числа и нуль

Натуральный ряд чисел и его свойства

Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.

Запись и чтение натуральных чисел

Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.

Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0

Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулём, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.

Действия с натуральными числами

Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания. Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия. Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.

Степень с натуральным показателем

Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.

Числовые выражения

Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.

Деление с остатком

Деление с остатком на множестве натуральных чисел, свойства деления с остатком. Практические задачи на деление с остатком.

Свойства и признаки делимости

Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости. Решение практических задач с применением признаков делимости.

Разложение числа на простые множители

Простые и составные числа, решето Эратосфена. Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители. Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики.

Делители и кратные

Делитель и его свойства, общий делитель двух более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.

Рациональные числа

Обыкновенные дроби

Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число). Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот. Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей. Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление

обыкновенных дробей. Арифметические действия со смешанными дробями. Арифметические действия с дробными числами. Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий.

Десятичные дроби

Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби.

Округление чисел

Необходимость округления. Правило округления чисел.

Отношение двух чисел

Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.

Проценты

Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение практических задач с процентами.

Положительные и отрицательные числа

Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.

Понятие о рациональном числе.

Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Представление рационального числа десятичной дробью.

Иррациональные числа

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа $\sqrt{2}$. Применение в геометрии. Сравнение иррациональных чисел.

Множество действительных чисел.

Тождественные преобразования

Числовые и буквенные выражения

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

Целые выражения

Степень с натуральным и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем. Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, применение формул сокращённого умножения. Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.

Дробно-рациональные выражения

Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень. Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

Квадратные корни

Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, внесение множителя под знак корня.

Уравнения и неравенства

Равенства

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

Уравнения

Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).

Линейное уравнение и его корни

Решение линейных уравнений. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.

Квадратное уравнение и его корни

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Решение квадратных уравнений: использование формулы для нахождения корней, графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.

Дробно-рациональные уравнения

Решение простейших дробно-линейных уравнений. Решение дробно-рациональных уравнений.

Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.

Простейшие иррациональные уравнения вида $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$.

Системы уравнений

Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными. Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений. Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: графический метод, метод сложения, метод подстановки. Системы линейных уравнений с параметром.

Неравенства

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных. Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Область определения неравенства (область допустимых значений переменной). Решение линейных неравенств. Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства. Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.

Системы неравенств

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

Функции

Понятие функции

Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику. Представление об асимптотах. Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.

Линейная функция

Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.

Квадратичная функция

Свойства и график квадратичной функции (парабола). Построение графика квадратичной функции. Нахождение нулей квадратичной функции, множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности.

Обратная пропорциональность

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$. Гипербола.

Графики функций.

Преобразование графика функции $y = f(x)$ для построения графиков функций вида $y = af(kx + b) + c$. Графики функций $y = a + \frac{k}{x+b}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$

Последовательности и прогрессии

Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Решение текстовых задач

Задачи на все арифметические действия

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

Задачи на движение, работу и покупки

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

Задачи на части, доли, проценты, концентрацию.

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

Геометрические фигуры

Фигуры в геометрии и в окружающем мире

Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, круг. Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур.

Многоугольники

Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. Выпуклые и невыпуклые многоугольники.

Правильные многоугольники.

Треугольники.

Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.

Четырёхугольники.

Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.

Окружность, круг

Их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Вписанные и описанные окружности для треугольников, четырёхугольников, правильных многоугольников

Равенство фигур

Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.

Параллельность прямых

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Теорема Фалеса.

Перпендикулярные прямые

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности.

Подобие

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия.

Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей.

Измерения и вычисления

Величины

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла. Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади. Представление об объёме и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

Измерения и вычисления

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике Тригонометрические функции тупого угла. Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формулы длины окружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. Теорема синусов. Теорема косинусов.

Расстояния

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между двумя параллельными прямыми.

Геометрические построения

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур. Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному, Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам. Деление отрезка в данном отношении.

Геометрические преобразования

Понятие преобразования.

Движения

Осевая и центральная симметрия, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

Векторы и координаты на плоскости

Векторы

Понятие вектора, действия над векторами, скалярное произведение.

Координаты

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур. Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.