

**Программа вступительного испытания**  
**на бакалавриат и специалитет СарФТИ НИЯУ МИФИ**  
по дисциплине

**Математика в инженерных науках**

**1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ**

**1.1. Арифметика, алгебра и начала анализа**

Натуральные числа ( $N$ ). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление.

Сравнение рациональных чисел. Иррациональные числа. Сравнение иррациональных и рациональных чисел.

Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Алгебраические выражения. Равенства и неравенства алгебраических выражений. Многочлены. Алгебраические дроби. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства. Тригонометрия. Углы и их измерение. Синус, косинус, тангенс, котангенс угла.

Основное тригонометрическое тождество. Формулы сложения (формулы для двойных и половинных углов). Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции.

Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной  $y = ax^2 + Bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$ ,  $a > 0$ , логарифмической, тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ .

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии. Формула  $n$ -ого члена и суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = a^x$ ,  $y = x^n$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ),  $y = \ln x$ .

## 1.2. Геометрия

### 1.2.1 Преобразования пространства.

Отображения пространства. Определение преобразования пространства. Тожественное преобразование. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований. Движения пространства: определение движения; композиция движений.

Общие свойства движений. Движения первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства. неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии.

Центральная симметрия пространства — движение второго рода. Центрально-симметричные фигуры. Симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости.

Симметрия относительно плоскости — движение второго рода. неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости. Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Параллельный перенос — движение первого рода. неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса. Скользящая симметрия. Скользящая симметрия — движение второго рода. Поворот вокруг оси. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси.

Осевая симметрия — движение первого рода. Зеркальный поворот. Зеркальный поворот - движение второго рода. Винтовое движение. Винтовое движение — движение первого рода. неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости скользящей симметрии, осевой симметрии,

зеркального поворота, винтового движения. Взаимосвязь различных движений пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений пространства. Гомотетия пространства.

### **1.2.3 Многогранники.**

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура.

Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность. Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах, Эйлера характеристика многогранника. Теорема Декарта-Эйлера для выпуклого многогранника. Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. Доказательство этой теоремы рассмотрено в разделе «Правильные многогранники». О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равноставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у  $n$ -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм. Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда. Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра,

плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трехгранный угол.

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у  $n$ -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра пирамиды образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две несоседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной вершины. Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Объем пирамиды и формулы его вычисления. Тетраэдр. Объем тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания.

### **1.2.3 Фигуры вращения.**

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру.

Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра.

Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра.  
Вычисление объема цилиндра.

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная

поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус. Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса. Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной

плоскости. Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранники, описанные около них. Шары и сферы, вписанные в двугранный угол и многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них. Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

## 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

### 2.1. Алгебра и начала анализа

Свойства функции  $y = kx + b$  и ее график.

Свойства функции  $y = k/x$  и ее график.

Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и ее график. Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Свойства числовых неравенств. Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функции  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$  и их графики. Определение и свойства функции  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  и их графики. Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ . Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций.

### 2.2. Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойство.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды. Формула вычисления объема усеченной пирамиды.

Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве. Повторение в задачах материала о преобразованиях пространства, используя координатный метод, тетраэдр, куб.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Формула  $V = 1/6 a \cdot b \cdot r(a, b) \cdot \sin j$  вычисления объема тетраэдра, где  $a$  и  $b$  — длины двух скрещивающихся ребер тетраэдра,  $j$  — угол между прямыми, содержащими эти ребра,  $r(a, b)$  — расстояние между этими прямыми. Отношение объемов двух тетраэдров, имеющих равные трехгранные углы. Доказательство теоремы Декарта—Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объемов правильных многогранников. Решение задач на все виды правильных многогранников.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.



### 3. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь: Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений.

Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений. Изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на координатной плоскости.

Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии — при решении геометрических задач.

Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.

Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.