

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор НИЯУ МИФИ
_____ В.В. Ужва

СОГЛАСОВАНО
Председатель Совета по подготовке
научно-педагогических кадров
_____ Н.А. Кудряшов

Ответственный секретарь
приемной комиссии
_____ В.И. Скрытный

Программа вступительного испытания
по направлению подготовки научно-педагогических кадров
в аспирантуре
01.06.01 «Математика и механика»

Форма обучения
очная

Москва, 2016

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования.

Форма проведения испытания:

Вступительное испытание по направлению подготовки аспирантов «Математика и механика» проводится в виде собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Собеседование проводится с целью выявления у абитуриента объёма научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре. Абитуриент должен показать профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, продемонстрировать умение вести научную дискуссию.

Структура испытания:

Испытание состоит из ответов на вопросы билета и дополнительные вопросы в рамках программы вступительного испытания.

Критерии оценки результатов испытания:

Оценка «отлично» ставится при следующем условии:
даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией;

Оценка «хорошо» ставится при следующих условиях:

1. даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией;
2. ответы на вопросы даются полно, но логическая последовательность не всегда соблюдается.

Оценка «удовлетворительно» ставится при следующих условиях:

1. даны в основном правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией;
2. ответы на вопросы даются в основном полно, но при слабом логическом оформлении высказываний.

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае, когда не выполнены условия, позволяющие поставить оценку «удовлетворительно».

Решения экзаменационной комиссии принимаются большинством голосов.

Вопросы для подготовки к вступительному испытанию

Направление: 01.06.01 «Математика и механика»

Профиль (направленность): 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

I. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши.
2. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка.
3. Структура решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
4. Теоремы существования и единственности. Понятие о непродолжаемых решениях.
5. Зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных условий.
6. Приближенные методы решения задачи Коши.
7. Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.
8. Понятие устойчивости решения нормальной системы дифференциальных уравнений. Устойчивость тривиального решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы Ляпунова об устойчивости.
9. Уравнения с частными производными первого порядка. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы динамических систем.

Литература

1. А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука, 1986.
2. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.

II. Уравнения математической физики

1. Основные уравнения математической физики. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя и многими независимыми переменными.
2. Постановка краевых задач и задачи Коши. Корректно и некорректно поставленные задачи.

3. Решение краевых задач для уравнений гиперболического и параболического типов методом Фурье.
4. Понятие обобщенных функций, δ -функция и ее свойства.
5. Метод функций Грина решения краевых задач и задачи Коши для уравнений параболического типа.
6. Принцип максимума и минимума для решений уравнений теплопроводности. Корректность задачи Коши.
7. Гармонические функции и их основные свойства. Метод функций Грина решения краевых задач для уравнений эллиптического типа. Единственность решения краевых задач.
8. Метод характеристик для гиперболических систем линейных и квазилинейных уравнений. Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном, двумерном и трехмерном случае. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных. Понятие обобщенного решения.
9. Потенциалы и их основные свойства. Применение потенциалов к решению краевых задач.
10. Цилиндрические функции. Асимптотические представления цилиндрических функций. Ортогональные многочлены. Сферические функции.

Литература

1. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М: Изд-во МГУ; Наука, 2004.
2. Горюнов А.Ф. Методы математической физики в примерах и задачах в 2 т. М.; Физматлит, 2015.
3. В.Я. Арсенин. Методы математической физики и специальные функции. М.: Науки, 1984.

III. Функции комплексного переменного

1. Понятие аналитической функции. Условия Коши-Римана. Непрерывные ветви обратных функций. Примеры римановых поверхностей.
2. Интегральная теорема Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Морера. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.
3. Разложение функций в ряд Тейлора. Теорема единственности. Понятие аналитического продолжения.
4. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее приложения.
5. Преобразование Лапласа и его основные свойства.
6. Понятие конформного отображения. Дробно-линейная функция и другие элементарные функции.
7. Теорема Римана. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии.

Литература

1. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Лань, 2002.

IV. Дополнительные главы математического анализа

1. Понятие метрического пространства. Полное метрическое пространство. Понятие компакта. Свойства непрерывных функций на компакте.
2. Линейное нормированное пространство. Гильбертово пространство. Понятие ряда Фурье вектора по ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве. Полные ортонормированные системы векторов.
3. Понятие ограниченного линейного функционала на линейном нормированном пространстве.
4. Понятие линейного оператора (ограниченного, неограниченного) в линейном нормированном пространстве. Норма ограниченного линейного оператора.
5. Простейшая вариационная задача. Сильный (слабый) экстремум функционала. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера.
6. Экстремум функционала, зависящего от старших производных. Уравнение Эйлера-Пуассона.
7. Экстремум функционала, зависящего от функции нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.
8. Понятие о вариационных задачах на условный экстремум.
9. Понятие о методах Эйлера и Рунге.

Литература

1. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: URSS, 2002.

Согласовано:

Председатель
экзаменационной
комиссии

Кудряшов Николай Алексеевич,
д.ф.-м.н., профессор